تصحيح الموضوع I

جامعة يحي فارس بالمدية — كلية علوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير

السنة الثانية قسم العلوم التجارية/العلوم المالية والمحاسبة — السنة الدراسية: 2022_2023

امتحان الدورة العـاديـة في مادة الإحصاء 03

الاسم واللقب:	الفوج:	العلامة: 20/20
يمنع استعمال الهاتف النقال	يمنع استبدال ورقة الامتحان	

الجزء الأول: 10/10

اختر الإجابة الصحيحة عن الأسئلة الآتية بوضع العلامة (×) في المكان المناسب مع التعليل:

- عدد جميع العينات المسحوبة بالإرجاع من مجتمع مكون من 5 مفردات بحجم عينة 4 هو:

625 [X] — 5 [ ] — 20 [ ] — غير ذلك [ ]

$N^n = 5^4 = 625$

- تباين توزيع معاينة الوسط الحسابي إذا كان المتغير عشوائي متصل وتم سحب العينة بدون إرجاع هو:

$S_{\bar{x}}^2 = \frac{S^2}{n}(\frac{N-n}{N-1})$ [X] — $S_{\bar{x}}^2 = \frac{\delta^2}{n}(\frac{N-n}{N-1})$ [X] — $S_{\bar{x}}^2 = \frac{\delta^2}{n}$ [ ] — غير ذلك [ ]

- القيمة الجدولية لـ $T(30,\frac{0.01}{2})$ هي:

3,291 [ ] — 0,255 [ ] — 2,75 [X] — غير ذلك [ ]

- إذا كان $P(Z \geq 1,19) = 0,1170$ فإن $P(0 \leq Z \leq 1,19)=$

0,883 [ ] — 0,9236 [ ] — 0,234 [ ] — غير ذلك [X]

$P(0 \leq Z \leq 1,19) = 1 - P(Z \geq 1,19) - P(Z \leq 0) = 1 - 0,1170 - 0,5 = 0,383$

- إذا علمت أن $Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{Pq}{n}\frac{N-n}{N-1}} = 0,02$ وكان الحد الأعلى لفترة الثقة بمعامل $(1-\alpha)\%$ يساوي 0,40 فإن الحد الأدنى لفترة الثقة يساوي:

27,3 [ ] — 0,44 [ ] — 0,41 [ ] — 42 [ ] — غير ذلك [X]

الحد الأعلى = $P' + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{P'q'}{n}\frac{N-n}{N-1}} = 0,4 \Rightarrow P' = 0,4 - 0,02 = 0,38$

الحد الأدنى = $P' - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{P'q'}{n}\frac{N-n}{N-1}} = 0,38 - 0,02 = 0,36$

8) تم قياس محتوى الفوسفور لعينتين مستقلتين لنوعين من الألبان كامل الدسم ومنزوع الدسم فتحصلنا على النتائج الآتية:

تباين العينة	متوسط العينة	حجم العينة	نوع اللبن
0.51	94.6	32	كامل الدسم
0,42	91,2	30	منزوع الدسم

وعلى افتراض أن مستوى الدلالة هو 0,02

أ. التقدير النقطي للفرق بين متوسطي المجتمعين هو:

☐ 185,8 ☐ 0.09 ☒ 3,4 ☐ 2 ☐ غير ذلك

0.1

$\hat{U_1 - U_2} = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 94,6 - 91,2 = 3,4$

ب. لنتأكد من أن محتوى الفوسفور في الألبان كامل الدسم أكبر من المنزوع الدسم فتشكيل الفرض العدمي والفرض البديل يكون كما يأتي:

☐ $H_0: U_1 - U_2 = 0$, $H_1: U_1 - U_2 \neq 0$
☒ $H_0: U_1 - U_2 = 0$, $H_1: U_1 - U_2 > 0$
☐ $H_0: U_1 - U_2 = 0$, $H_1: U_1 - U_2 < 0$
☐ $H_0: U_1 - U_2 = 0$, $H_1: U_1 - U_2 \leq 0$
☐ $H_0: U_1 - U_2 = 0$, $H_1: U_1 - U_2 \geq 0$

0.1

ت. التوزيع المناسب لإجراء اختبار هذا الفرض هو:

☒ التوزيع الطبيعي ☐ توزيع ستيودنت بدرجات حرية 42 ☐ توزيع ستيودنت بدرجات حرية 41 ☐ توزيع ستيودنت بدرجات حرية40 ☐ غير ذلك

0.2

بحسب النظرية (3) وبما أن $n_1, n_2 \geq 30$ و S_1^2, S_2^2 معلومة ... $\bar{x}_1 \sim N(\mu_1, \frac{S_1^2}{32})$ ... $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \sim N$ وعليه فإن

ث. قيمة الاختبار المحسوبة هي:

☐ 16,14 ☐ 16,77 ☐ 1,91 ☐ 7,23 ☒ غير ذلك

1

$Z_{cal} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{S^2_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}} = \frac{94,6 - 91,2}{\sqrt{\frac{0,51}{32} + \frac{0,42}{30}}} = 19,65$

ج. قيمة الاختبار المجدولة هي:

☒ غير ذلك	☐ 1,681	☐ 2,021	☐ 2,423	☐ 1,96

(8)

$1-\alpha = 1-\frac{0,02}{2} = 0,99$

من جدول توزيع Z نجد $Z_{\alpha/2} = 2,33$

الجزء الثاني:

التمرين الأول: اختيرت مجموعتان من الأرانب، الأولى والمكونة من 13 أرنبا أعطيت الغذاء A والثانية من 15 أرنبا وأعطيت الغذاء B وكانت الزيادة في الوزن بعد فترة معينة هي:

A	35	22	30	23	21	12	24	23	33	27	29	25		21	
B	20	17	34	31	29	39	30	31	7	21	28	43	21	34	20

- أحسب التقدير النقطي لمتوسط وزن المجتمع الأول (الأرانب التي أعطيت الغذاء A) ومتوسط وزن المجتمع الثاني (الأرانب التي أعطيت الغذاء B).
- أوجد فترة الثقة 98% للفرق بين متوسطي المجتمعين، وذلك تحت فرض أن المجتمعين يتبعان التوزيع الطبيعي وتبايناهما متساويين.

التمرين الثاني: أخذت العينة (7، 12، 17، 20) من مجتمع لا يتبع التوزيع الطبيعي و($\delta^2=10$; U=16)، كما أخذت عينة أخرى مستقلة عن الأولى وكانت قيمها (1، 9، 15، 25، 30) من مجتمع آخر أيضا لا يتبع التوزيع الطبيعي ($\delta^2=6$; U=18,9).

- أوجد احتمال أن يكون متوسط العينة الأولى أكبر من 18.
- أحسب احتمال $P(\overline{x_2} < 15,2)$
- ما احتمال أن يكون الفرق بين متوسط العينتين محصورا بين 0 و4,8.

حل التمرين الأول:

* حساب التقدير النقطي لـ $\hat{U}_1$ و $\hat{U}_2$

$\hat{U}_1 = \bar{x}_1 = \frac{\sum x_{i1}}{n_1} = \frac{35+22+\dots+21}{13} = 25$ (0,75)

$\hat{U}_2 = \bar{x}_2 = \frac{\sum x_{i2}}{n_2} = \frac{20+17+\dots+20}{15} = 27$ (0,75)

حساب S_1^2 و S_2^2

$S_1^2 = \frac{\sum(x_{i1}-\bar{x}_1)^2}{n_1} = \frac{(35-25)^2+\dots+(21-25)^2}{13} = 32,92$ (0,75)

$S_2^2 = \frac{\sum(x_{i2}-\bar{x}_2)^2}{n_2} = \frac{(20-27)^2+\dots+(20-27)^2}{15} = 80,93$ (0,75)

ثم يجب معرفة طبيعة توزيع $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$

* إيجاد فترة الثقة 98% لـ $U_1 - U_2$ بما أن $\delta_1^2 = \delta_2^2$ مجهول نطبق النظرية (3) وبما أن تباين المجتمعين مجهولين

وحجم العينتين أقل من 30 مشاهدة (1)

$\bar{X}_1 \sim St_{v=12}\left(\mu_{\bar{X}_1}=?,\ S^2_{\bar{X}_1}=\frac{S_1^2}{n_1}\right)$ ، $\bar{X}_2 \sim St_{v=14}\left(\mu_{\bar{X}_2}=?,\ S^2_{\bar{X}_2}=\frac{S_2^2}{n_2}\right)$

ومنه: $\bar{X}_1-\bar{X}_2 \sim St_{v=26}\left(\mu_{\bar{X}_1-\bar{X}_2}=?,\ S_p^2=?\right)$ [0,5]

$S_p^2=\frac{S_1^2(n_1-1)+S_2^2(n_2-1)}{n_1+n_2-2}=\frac{33{,}92(12)+80{,}93(14)}{26}=58{,}77$ [0,25]

وبالتالي يكون مجال الثقة لـ $\mu_1-\mu_2$ كما يلي:

$\bar{x}_1-\bar{x}_2-T_{(v;\frac{\alpha}{2})}\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}\le\mu_1-\mu_2\le\bar{x}_1-\bar{x}_2+T_{(v;\frac{\alpha}{2})}\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}$ [0,25]

$T_{(v;\frac{\alpha}{2})}=T_{(26;\frac{0{,}02}{2})}=2{,}479$ [0,25]

$2(-2{,}7-2{,}479\sqrt{58{,}77\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{15}\right)}\le\mu_1-\mu_2\le 2(-2{,}7+2{,}479\sqrt{58{,}77\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{15}\right)}$

$=-9{,}184\le\mu_1-\mu_2\le 5{,}184$ [0,25]

حل التمرين الثاني: 5/5

1) حساب $P(\bar{X}_1>18)$.

أولا يجب معرفة طبيعة توزيع $\bar{X}_1$.

حسب النظرية ② وحالات المجتمع غير التوزيع الطبيعي، تباين مجهول و $n_1<30$ [0,5]

$\bar{X}_1 \sim St_{v=3}\left(16,\ S^2_{\bar{X}_1}=\frac{10}{4}\right)$ [0,5]

$P(\bar{X}_1>18)=P\left(\frac{\bar{X}_1-\mu_1}{\sqrt{S^2_{\bar{X}_1}}}>\frac{18-\mu_1}{\sqrt{S^2_{\bar{X}_1}}}\right)=P\left(T>\frac{18-16}{\sqrt{\frac{10}{4}}}\right)$

$=P(T>1{,}265)=0{,}15$ [0,75]

2) حساب $P(\bar{X}_2<15{,}2)$

أولا يجب معرفة طبيعة توزيع $\bar{X}_2$

حسب النظرية ② وحالات المجتمع غير التوزيع الطبيعي، تباين مجهول و $n_2<30$ [0,5]

$\bar{X}_2 \sim St_{v=4}\left(18{,}9,\ S^2_{\bar{X}_2}=\frac{6}{5}\right)$ [0,5]

$P(\bar{X}_2<15{,}2)=P\left(\frac{\bar{X}_2-\mu_2}{\sqrt{S^2_{\bar{X}_2}}}<\frac{15{,}2-\mu_2}{\sqrt{S^2_{\bar{X}_2}}}\right)=P\left(T<\frac{15{,}2-18{,}9}{\sqrt{\frac{6}{5}}}\right)$

$=P(T<-3{,}37)=P(T>3{,}37)=0{,}015$ [0,75]

3) حساب $P(0\le\bar{X}_1-\bar{X}_2\le 4{,}8)$

أولا يجب معرفة طبيعة توزيع $\bar{X}_1-\bar{X}_2$:

بما أن $\bar{X}_1, \bar{X}_2$ تتبع توزيع ستيودنت ⟸

$\bar{X}_1-\bar{X}_2 \sim St_v\left(\mu_{\bar{X}_1-\bar{X}_2}=-2{,}9,\ S^2_{\bar{X}_1-\bar{X}_2}=S^2_{\bar{X}_1}+S^2_{\bar{X}_2}=5{,}2\right)$ [0,5]

$V=\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}+\frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}}=\frac{\left(\frac{10}{4}+\frac{6}{5}\right)^2}{\frac{\left(\frac{10}{4}\right)^2}{3}+\frac{\left(\frac{6}{5}\right)^2}{4}}=5{,}61\simeq 6$ [0,25]

$P(0\le\bar{X}_1-\bar{X}_2\le 4{,}8)=P\left(\frac{0-(-2{,}9)}{\sqrt{5{,}2}}\le T\le\frac{4{,}8-(-2{,}9)}{\sqrt{5{,}2}}\right)$

$=P(1{,}271\le T\le 3{,}377)=P(T>1{,}271)-P(T>3{,}377)$

$=0{,}15-0{,}0075=0{,}1425$ [0,5]

II تصحيح الموضوع

جامعة يحي فارس بالمدية — كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير

السنة الثانية قسم العلوم التجارية/العلوم المالية والمحاسبة — السنة الدراسية: 2022_2023

امتحان الدورة العادية في مادة الإحصاء 03

الاسم واللقب: التصحيح النموذجي	الفوج:.................	العلامة: 20/20
-يمنع استعمال الهاتف النقال	-يمنع استبدال ورقة الامتحان	

الجزء الأول: 10/10

اختر الإجابة الصحيحة عن الأسئلة الآتية بوضع العلامة (×) في المكان المناسب مع التعليل:

- عدد جميع العينات المسحوبة بدون إرجاع وفي آن واحد من مجتمع مكون من 6 مفردات بحجم عينة 4 هو:

1296 ☐ 360 ☐ 24 ☐ غير ذلك ☒ (1ن)

$C_6^4 = \frac{6!}{4!(6-4)!} = \frac{6(5)4!}{4!\,2} = 15$

- تباين توزيع معاينة الوسط الحسابي إذا كان المتغير عشوائي متصل وتم سحب العينة بالإرجاع هو:

$S_{\bar{x}}^2 = \frac{S^2}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$ ☒ $S_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$ ☒ $S_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$ ☐ غير ذلك ☐ (1ن)

- القيمة الجدولية لـ $T\left(18, \frac{0,2}{2}\right)$ هي:

3,291 ☐ 0,255 ☐ 2,75 ☐ غير ذلك ☒ (1ن)

$T\left(18, \frac{0,2}{2}\right) = 0,862$

- إذا كان $P(Z \geq 1,19) = 0,1170$ فإن $P(-1,19 \leq Z \leq 1,19) =$

0,883 ☐ 0,9236 ☐ 0,234 ☐ غير ذلك ☒ (0,5)

$P(-1,19 \leq Z \leq 1,19) = P(Z \leq 1,19) - P(Z \leq -1,19) = P(Z \leq 1,19) - P(Z \geq 1,19) = 1 - P(Z \geq 1,19) - 1 + P(Z \leq 1,19)$

$= 1 - 0,1170 - 1 + 1 - 0,1170 = 0,766$

- إذا علمت أن $Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{Pq}{n}\frac{N-n}{N-1}} = 0,12$ وكان الحد الأدنى لفترة الثقة بمعامل $(1-\alpha)\%$ يساوي 0,40 فإن الحد الأعلى لفترة الثقة يساوي:

27,3 ☐ 0,44 ☐ 0,41 ☐ 42 ☐ غير ذلك ☒ (0,5)

الحد الأدنى: $0,4 = P' - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{pq}{n} \frac{N-n}{N-1}} \Rightarrow P' = 0,4 + 0,12 = 0,52$

الحد الأعلى: $P' + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{pq}{n} \frac{N-n}{N-1}} = 0,52 + 0,12 = 0,64$

ترغب شركة في اختبار مدى اهتراء نوعين من إطارات السيارات أ ، ب. لهذا قامت الشركة بتركيب الإطارات من النوع أ على إحدى الجهتين للسيارة، وعلى الجهة الأخرى من النوع ب، وبعد استعمالها نفس المسافة وقياس مقدار الاهتراء تحصلت الشركة على النتائج الآتية:

الانحراف المعياري للعينة	متوسط العينة	حجم العينة	نوع الإطارات
1,17	10,24	20	أ
1,18	9,76	20	ب

وعلى افتراض أن مستوى الدلالة هو 0,05

أ. التقدير النقطي للفرق بين متوسطي المجتمعين هو:

☐ 185,8 ☒ 0,48 ☐ 3,4 ☐ 2 ☐ غير ذلك

(0,5)

$U_1 - U_2 = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 10,24 - 9,76 = 0,48$

ب. لتأكد من أن إطارات السيارات من النوع أ هو الأفضل فإن تشكيل الفرض العدمي والفرض البديل يكون كما يأتي:

☐ $H_0: U_1 - U_2 = 0$ / $H_1: U_1 - U_2 \neq 0$

☒ $H_0: U_1 - U_2 = 0$ / $H_1: U_1 - U_2 > 0$

☐ $H_0: U_1 - U_2 = 0$ / $H_1: U_1 - U_2 < 0$

☐ $H_0: U_1 - U_2 = 0$ / $H_1: U_1 - U_2 \leq 0$

☐ $H_0: U_1 - U_2 = 0$ / $H_1: U_1 - U_2 \geq 0$

(1,5)

ت. التوزيع المناسب لإجراء اختبار هذا الفرض هو:

☐ التوزيع الطبيعي ☐ توزيع ستيودنت بدرجات حرية 38 ☒ توزيع ستيودنت بدرجات حرية 41 ☐ توزيع ستيودنت بدرجات حرية40 ☐ غير ذلك ☒

(0,5)

حسب النظرية ③ وبما أن تباين المجتمعين مجهول وحجم العينتين أقل من 30 و $S_1^2 \neq S_2^2$ [illegible]

$V = \dots = 38,3 \approx 38$

ث. قيمة الاختبار المحسوبة هي:

☐ 16,14 ☐ 16,77 ☐ 1,91 ☐ 7,23 ☐ غير ذلك ☒

(1)

$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{S^2_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}} = \frac{10,24 - 9,76}{\sqrt{\frac{1,17^2}{20} + \frac{1,18^2}{20}}} = 1,29$

ج. قيمة الاختبار المجدولة هي:

☐ 1,96 ☐ 2,423 ☐ 2,021 ☒ 1,684 ☐ غير ذلك

$T(\nu, \alpha) = T(38, \frac{0.05}{2}) = 1,684$

الجزء الثاني:

التمرين الأول: تمثل البيانات الآتية تقييم شركتين للتأمين لعشرة مساكن بالألف دج.

الشركة الأولى	135	110	131	134	105	130	131	110	125	149
الشركة الثانية	128	105	119	140	98	123	127	115	122	143

- أوجد فترة الثقة 98% للفرق بين متوسطي المجتمعين، وذلك تحت فرض أن المجتمعين يتبعان التوزيع الطبيعي وتباينيهما متساويين.
- بسبب نقص السيولة التي تمر بها الشركة وتزامنها مع حدوث أخطار على المساكن قررت الشركة كحل استعجالي تقديم تعويضات للمساكن التي يقل تقييمها عن 132 ألف د ج، أوجد فترة الثقة 95% للفرق بين نسبتي المجتمعين.

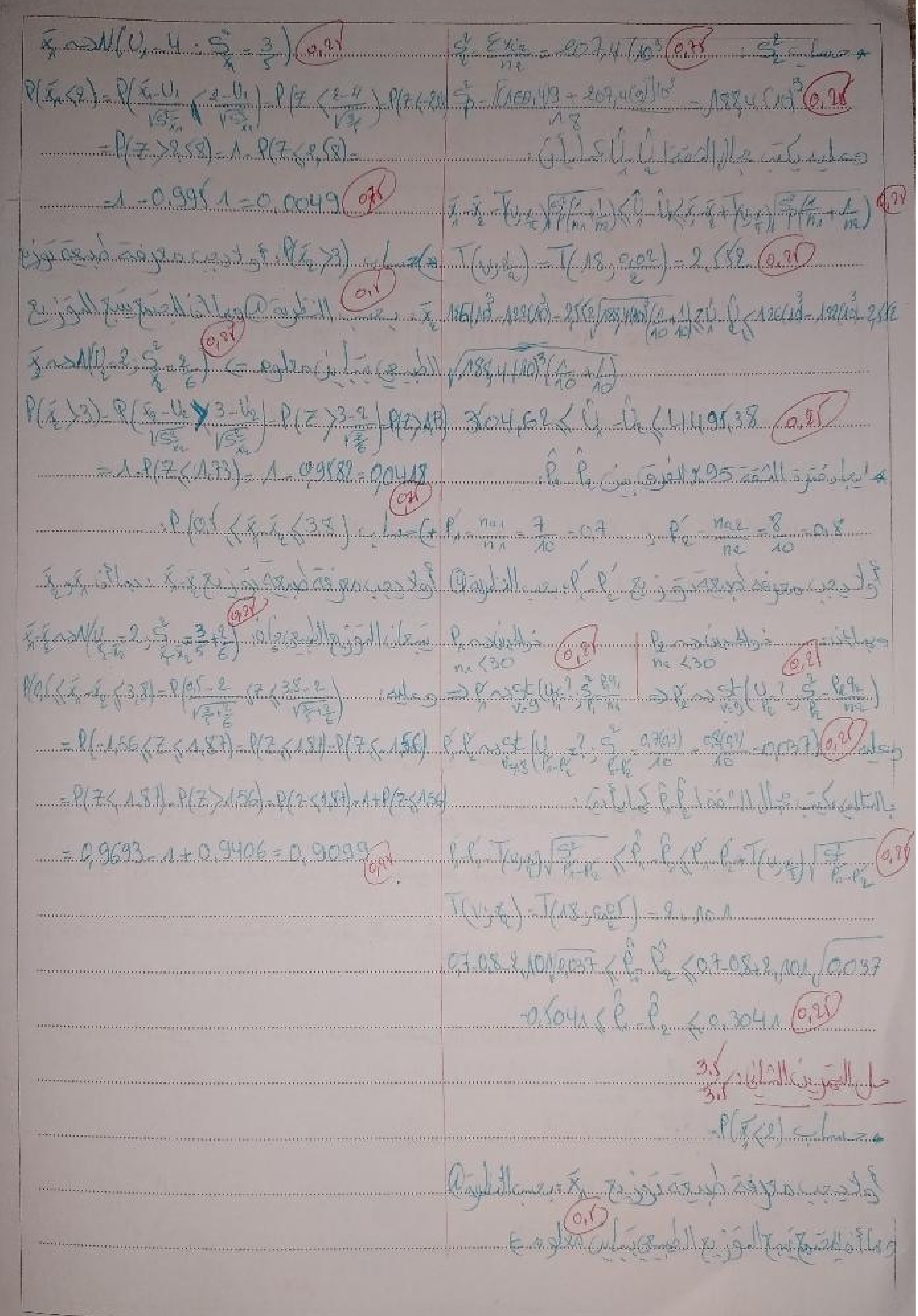
التمرين الثاني: أخذت عينتين عشوائيتين من مجموعة متشابهة من الأطفال وأعطي أطفال العينة الأولى غذاء A وأعطي اطفال العينة الثانية غذاء B، فكانت الزيادة في أوزان الأطفال بالكيلوغرام في العينتين بعد مدة معينة كالآتي:

العينة الأولى (3,5، 4,5، 5,5، 1,5، 2,5) من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي N(4 ;3)،

العينة الثانية (1، 2,5، 1,5، 0,5، 1,5، 2) من مجتمع آخر أيضا يتبع التوزيع الطبيعي N(2 ;2).

- أوجد احتمال أن يكون متوسط العينة الأولى أقل من 2.
- أحسب احتمال $P(\overline{x_2} > 3)$.
- ما احتمال أن يكون الفرق بين متوسط العينتين محصورا بين 0,5 و3,8.

حل التمرين الأول:



* حساب S_2^2 : $S_2^2 = \frac{\sum x_{i2}}{n_2} = 207,4 \cdot 10^3$ (0,25)

$S_p^2 = \frac{[160,43 + 207,4(9)]10^3}{18} = 188,4 \cdot 10^3$ (0,25)

ومنه يكتب مجال الثقة لـ $(\hat{U}_1 - \hat{U}_2)$:

$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - T_{(v,\frac{\alpha}{2})}\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)} < \hat{U}_1 - \hat{U}_2 < \bar{x}_1 - \bar{x}_2 + T_{(v,\frac{\alpha}{2})}\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}$ (0,25)

$T(v;\frac{\alpha}{2}) = T(18; \frac{0,02}{2}) = 2,552$ (0,25)

$126 \cdot 10^3 - 122 \cdot 10^3 - 2,552\sqrt{188,4 \cdot 10^3\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{10}\right)} < \hat{U}_1 - \hat{U}_2 < 126 \cdot 10^3 - 122 \cdot 10^3 + 2,552\sqrt{188,4 \cdot 10^3\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{10}\right)}$

$3504,62 < \hat{U}_1 - \hat{U}_2 < 4495,38$ (0,25)

* إيجاد فترة الثقة 95% للفرق بين $\hat{P}_1 - \hat{P}_2$:

$\hat{p}_1 = \frac{n_{a1}}{n_1} = \frac{7}{10} = 0,7$ ، $\hat{p}_2 = \frac{n_{a2}}{n_2} = \frac{8}{10} = 0,8$

أولا يجب معرفة توزيع $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ حسب النظرية (9)

بما أن P_1 مجهول و $n_1 < 30$ $\Rightarrow \hat{p}_1 \sim St_{v=9}\left(U_{p_1} ?, S^2_{p_1} = \frac{p_1 q_1}{n_1}\right)$ (0,25) | P_2 مجهول و $n_2 < 30$ $\Rightarrow \hat{p}_2 \sim St_{v=9}\left(U_{p_2} ?, S^2_{p_2} = \frac{p_2 q_2}{n_2}\right)$ (0,25)

ومنه $\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \sim St_{v=18}\left(U_{p_1-p_2} ?, S^2_{p_1-p_2} = \frac{0,7(0,3)}{10} + \frac{0,8(0,2)}{10} = 0,037\right)$ (0,25)

بالتالي يكتب مجال الثقة لـ $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ كما يلي:

$p_1 - p_2 - T_{(v,\frac{\alpha}{2})}\sqrt{S^2_{p_1-p_2}} < \hat{p}_1 - \hat{p}_2 < p_1 - p_2 + T_{(v,\frac{\alpha}{2})}\sqrt{S^2_{p_1-p_2}}$ (0,25)

$T(v;\frac{\alpha}{2}) = T(18, \frac{0,05}{2}) = 2,101$

$0,7 - 0,8 - 2,101\sqrt{0,037} < \hat{p}_1 - \hat{p}_2 < 0,7 - 0,8 + 2,101\sqrt{0,037}$

$-0,5041 < \hat{p}_1 - \hat{p}_2 < 0,3041$ (0,25)

حل التمرين الثاني 3,5/3,5

* حساب $P(\bar{x}_1 < 2)$:

أولا يجب معرفة توزيع $\bar{x}_1$ حسب النظرية (1)

بما أن المجتمع الأصلي يتبع التوزيع الطبيعي و σ^2 معلوم (0,5)

$\bar{x}_1 \sim N\left(U_1 = 4 ; S^2_{\bar{x}_1} = \frac{3}{5}\right)$ (0,25)

$P(\bar{x}_1 < 2) = P\left(\frac{\bar{x}_1 - U_1}{\sqrt{S^2_{\bar{x}_1}}} < \frac{2 - U_1}{\sqrt{S^2_{\bar{x}_1}}}\right) = P\left(Z < \frac{2-4}{\sqrt{3/5}}\right) = P(Z < -2,58)$

$= P(Z > 2,58) = 1 - P(Z < 2,58) =$

$= 1 - 0,9951 = 0,0049$ (0,25)

* حساب $P(\bar{x}_2 > 3)$: أولا يجب معرفة توزيع $\bar{x}_2$ حسب النظرية (1) (0,5) بما أن المجتمع الأصلي يتبع التوزيع الطبيعي و σ^2 معلوم $\Leftarrow$

$\bar{x}_2 \sim N\left(U_2 = 2, S^2_{\bar{x}_2} = \frac{2}{6}\right)$ (0,25)

$P(\bar{x}_2 > 3) = P\left(\frac{\bar{x}_2 - U_2}{\sqrt{S^2_{\bar{x}_2}}} > \frac{3 - U_2}{\sqrt{S^2_{\bar{x}_2}}}\right) = P\left(Z > \frac{3-2}{\sqrt{2/6}}\right) = P(Z > 1,73)$

$= 1 - P(Z < 1,73) = 1 - 0,9582 = 0,0418$ (0,25)

* حساب $P(0,5 < \bar{x}_1 - \bar{x}_2 < 3,8)$:

أولا يجب معرفة توزيع $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ حسب النظرية (2) بما أن $\bar{x}_1$ و $\bar{x}_2$ يتبعان التوزيع الطبيعي ومستقلان

$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \sim N\left(U_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = 2, S^2_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \frac{3}{5} + \frac{2}{6}\right)$ (0,25)

ومنه: $P(0,5 < \bar{x}_1 - \bar{x}_2 < 3,8) = P\left(\frac{0,5 - 2}{\sqrt{\frac{3}{5}+\frac{2}{6}}} < Z < \frac{3,8 - 2}{\sqrt{\frac{3}{5}+\frac{2}{6}}}\right)$

$= P(-1,56 < Z < 1,87) = P(Z < 1,87) - P(Z < -1,56)$

$= P(Z < 1,87) - P(Z > 1,56) = P(Z < 1,87) - 1 + P(Z < 1,56)$

$= 0,9693 - 1 + 0,9406 = 0,9099$ (0,25)

تصحيح الموضوع III

كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير — جامعة يحي فارس بالمدية

السنة الثانية قسم العلوم التجارية/العلوم المالية والمحاسبية — السنة الدراسية: 2022_2023

امتحان الدورة العادية في مادة الاحصاء 03

الاسم واللقب:	الفوج:	العلامة: 20/20
-يمنع استعمال الهاتف النقال	-يمنع استبدال ورقة الامتحان	

الجزء الأول: 10/10

اختر الإجابة الصحيحة عن الأسئلة الآتية بوضع العلامة (×) في المكان المناسب مع التعليل:

- عدد جميع العينات المسحوبة بدون إرجاع وعلى التوالي من مجتمع مكون من 5 مفردات بحجم عينة 4 هو:

625 ☐   5 ☐   20 ☐   غير ذلك ☒

$A_5^4 = \frac{5!}{(5-4)!} = \frac{5(4)3(2)}{1} = 120$ (0.5)

- تباين توزيع معاينة الوسط الحسابي إذا كان المتغير عشوائي متصل وتم سحب العينة بدون إرجاع وفي آن واحد هو:

$S_{\bar{x}}^2 = \frac{S^2}{n}(\frac{N-n}{N-1})$ ☒ $S_{\bar{x}}^2 = \frac{\delta^2}{n}(\frac{N-n}{N-1})$ ☒ $S_{\bar{x}}^2 = \frac{\delta^2}{n}$ ☐   غير ذلك ☐

(0.5)

- القيمة الجدولية لـ $T(11, \frac{0.001}{2})$ هي:

3,143 ☐   1,753 ☐   0,257 ☐   غير ذلك ☒

$T(11, \frac{0.001}{2}) = 4.437$ (0.5)

- إذا كان $P(Z \le -1,19) = 0,1170$ فإن $P(0 \le Z \le 1,19) =$

0,883 ☐   0,9236 ☐   0,234 ☐   غير ذلك ☒

$P(0 \le Z \le 1.19) = P(Z \le 1.19) - P(Z \le 0)$

$P(Z \le -1.19) = P(Z \ge 1.19) = 1 - P(Z \le 1.19) = 0.1170 \Rightarrow P(Z \le 1.19) = 0.883$

$P(0 \le Z \le 1.19) = 0.883 - 0.5 = 0.383$ (0.5)

- إذا علمت أن $Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{Pq}{n}\frac{N-n}{N-1}} = 0.01$ وكان الحد الأدنى لفترة الثقة بمعامل $(1-\alpha)\%$ يساوي 0,42 فإن الحد الأعلى لفترة الثقة يساوي:

27,3 ☐   0,44 ☐   0,41 ☐   42 ☐   غير ذلك ☒   (0.5)

الحد الأعلى: $\hat{P} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{PQ}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)} = 0.4 \Rightarrow P = 0.40 - 0.02 = 0.38$

الحد الأدنى: $\hat{P} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{PQ}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)} = 0.38 - 0.02 = 0.36$

8) تم قياس محتوى الفوسفور لعينتين مستقلتين لنوعين من الألبان كامل الدسم ومنزوع الدسم فتحصلنا على النتائج الآتية:

الانحراف المعياري للعينة	متوسط العينة	حجم العينة	نوع اللبن
0,51	94,6	22	كامل الدسم
0,42	91,2	20	منزوع الدسم

وعلى افتراض أن مستوى الدلالة هو 0,05

أ. التقدير النقطي للفرق بين متوسطي المجتمعين هو:

- 185,8 ☐
- 0,09 ☐
- 3,4 ☒
- 2 ☐
- غير ذلك ☐

$\hat{\mu}_1 - \hat{\mu}_2 = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 94.6 - 91.2 = 3.4$ (0.5)

ب. لتأكد من أن محتوى الفوسفور يختلف بحسب نوع الألبان تشكيل الفرض العدمي والفرض البديل يكون كما يأتي:

- $H_0: U_1 - U_2 = 0$, $H_1: U_1 - U_2 \neq 0$ ☒
- $H_0: U_1 - U_2 = 0$, $H_1: U_1 - U_2 > 0$ ☐
- $H_0: U_1 - U_2 = 0$, $H_1: U_1 - U_2 < 0$ ☐
- $H_0: U_1 - U_2 = 0$, $H_1: U_1 - U_2 \leq 0$ ☐
- $H_0: U_1 - U_2 = 0$, $H_1: U_1 - U_2 \geq 0$ ☐

(0.5)

ت. التوزيع المناسب لإجراء اختبار هذا الفرض هو:

- التوزيع الطبيعي ☐
- توزيع ستيودنت بدرجات حرية 42 ☐
- توزيع ستيودنت بدرجات حرية 41 ☐
- توزيع ستيودنت بدرجات حرية40 ☐
- غير ذلك ☒

(0.5) بحسب النظرية ③ وهما تباين المجتمع مجهولين وغير متساويين وحجم العينتين أقل من 30 ⇒ نحسب v

$v = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}} = 40.03 \simeq 40$

ث. قيمة الاختبار المحسوبة هي:

- 16,14 ☐
- 16,77 ☐
- 1,91 ☐
- 7,23 ☐
- غير ذلك ☒

(1)

$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{S^2_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}} = \frac{94.6 - 91.2}{\sqrt{\frac{0.51^2}{22} + \frac{0.42^2}{20}}} = 23.68$

ج. قيمة الاختبار المجدولة هي:

1,96		2,423		2,021		1,684	X	غير ذلك	

$T(V; \alpha/2) = T(40; 0,05) = 1,684$ (1)

الجزء الثاني:

التمرين الأول: اختيرت مجموعتان من الأرانب، الأولى والمكونة من 13 أرنبا أعطيت الغذاء A والثانية من 15 أرنبا وأعطيت الغذاء B وكانت الزيادة في الوزن بعد فترة معينة هي:

A	34	21	29	22	20	11	23	22	32	26	28		24	20
B	19	16	33	30	28	38	29	40	6	20	32	42	20	33	19

- أحسب التقدير النقطي لمتوسط وزن المجتمع الأول (الأرانب التي أعطيت الغذاء A) ومتوسط وزن المجتمع الثاني (الأرانب التي أعطيت الغذاء B).
- أوجد فترة الثقة 98% للفرق بين متوسطي المجتمعين، وذلك تحت فرض أن المجتمعين يتبعان التوزيع الطبيعي وتباينيهما متساويين.

التمرين الثاني: أخذت العينة (7، 12، 17، 20) من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي N(16 ;10) ، كما أخذت عينة أخرى مستقلة عن الأولى وكانت قيمها (1، 9، 15، 25، 30) من مجتمع آخر أيضا يتبع التوزيع الطبيعي N(18,9 ;6).

- أوجد احتمال أن يكون متوسط العينة الأولى أكبر من 18.
- أحسب احتمال $P(\overline{x_2} < 15,2)$
- ما احتمال أن يكون الفرق بين متوسط العينتين محصورا بين 0 و4,8.

حل التمرين الأول:

* حساب التقدير النقطي لـ μ_1 و μ_2:

$\hat{\mu}_1 = \bar{x}_1 = \frac{\sum x_{i1}}{n_1} = \frac{34+21+\dots+20}{13} = 24$ (0,25)

$\hat{\mu}_2 = \bar{x}_2 = \frac{\sum x_{i2}}{n_2} = \frac{19+16+\dots+19}{15} = 27$ (0,25)

* إيجاد فترة الثقة 98% لـ $\mu_1 - \mu_2$ إذا كان $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

أولا يجب معرفة طبيعة توزيع $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ حسب الفروض:

* حساب S_1^2 و S_2^2

$S_1^2 = \frac{\sum (x_{i1}-\bar{x}_1)^2}{n_1} = 32,92$ (0,25)

$S_2^2 = \frac{\sum (x_{i2}-\bar{x}_2)^2}{n_2} = 80,93$ (0,25)

③ بما أن تباين المجتمعين مجهولين وحجم العينتين أقل من 30 فإن $\bar{x}_1$ و $\bar{x}_2$ (1) يتبع $St_{(n_2-1)}(\mu_2; \frac{S_2^2}{n_2})$ و $\bar{x}_1$ يتبع $St_{(n_1-1)}(\mu_1; \frac{S_1^2}{n_1})$

$\Rightarrow \bar{x}_1-\bar{x}_2 \sim St_{(V=28)}(\mu_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = ?; S_p^2 = \frac{S_1^2(n_1-1)+S_2^2(n_2-1)}{n_1+n_2-2} = ?)$ (0,25)

$S_p^2 = \frac{32.14(12) + 80.34(14)}{26} = 58.77$ (0,25)

ومنه يكتب مجال الثقة لـ $\mu_1 - \mu_2$ كما يلي:

$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - T_{(v,\frac{\alpha}{2})}\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)} < \mu_1 - \mu_2 < \bar{x}_1 - \bar{x}_2 + T_{(v,\frac{\alpha}{2})}\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}$ (0,25)

$T_{(v,\frac{\alpha}{2})} = T_{(26,\frac{0.05}{2})} = 1.706$ (0,25)

$24.27 - 1.706\sqrt{58.77\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{15}\right)} < \mu_1 - \mu_2 < 24.27 + 1.706\sqrt{58.77\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{15}\right)}$

$-8.03 < \mu_1 - \mu_2 < 2.03$ (0,25)

حل التمرين الثاني:

*) حساب $P(\bar{X}_1 > 18)$:

أولا نبحث عن طبيعة توزيع $\bar{X}_1$: بحسب النظرية (1) وبما أن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي تباينه معلوم فإن (0,5)

$\bar{X}_1 \sim N\left(\mu_{\bar{x}_1} = 16 ; S^2_{\bar{x}_1} = \frac{10}{4}\right)$ (0,5)

$P(\bar{X}_1 > 18) = P\left(\frac{\bar{X}_1 - \mu_1}{\sqrt{S^2_{\bar{x}_1}}} > \frac{18 - \mu_1}{\sqrt{S^2_{\bar{x}_1}}}\right) = P\left(Z > \frac{18-16}{\sqrt{\frac{10}{4}}}\right)$

$= P(Z > 1.26) = 1 - P(Z < 1.26) =$

$= 1 - 0.8962 = 0.1038$ (0,75)

*) حساب $P(\bar{X}_2 < 15.2)$:

أولا نبحث عن طبيعة توزيع $\bar{X}_2$: بحسب النظرية (1) وبما أن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي (0,5)

تباينه معلوم => $\bar{X}_2 \sim N\left(\mu_{\bar{x}_2} = 18.9 ; S^2_{\bar{x}_2} = \frac{6}{5}\right)$ (0,5)

$P(\bar{X}_2 < 15.2) = P\left(\frac{\bar{X}_2 - \mu_2}{\sqrt{S^2_{\bar{x}_2}}} < \frac{15.2 - \mu_2}{\sqrt{S^2_{\bar{x}_2}}}\right) = P\left(Z < \frac{15.2 - 18.9}{\sqrt{\frac{6}{5}}}\right)$

$= P(Z < -3.38) = P(Z > 3.38) = 1 - P(Z < 3.38)$

$= 1 - 1 = 0$ (0,75)

*) حساب $P(0 < \bar{X}_1 - \bar{X}_2 < 4.8)$:

أولا نبحث عن طبيعة توزيع $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$: بما أن

$\bar{X}_1$ و $\bar{X}_2$ يتبعان التوزيع الطبيعي فإن: $\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sim N\left(\mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = -2.9 , S^2_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \frac{10}{4} + \frac{6}{5}\right)$ (0,5)

$P(0 < \bar{X}_1 - \bar{X}_2 < 4.8) = P\left(\frac{0-(-2.9)}{\sqrt{3.6}} < Z < \frac{4.8-(-2.9)}{\sqrt{3.6}}\right)$

$= P(1.53 < Z < 4.33) = P(Z < 4.33) - P(Z < 1.53)$

$= 1 - 0.9370 = 0.0630$ (0,5)

تصحيح الموضوع IV

جامعة يحي فارس بالمدية — كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير

السنة الثانية قسم العلوم التجارية/العلوم المالية والمحاسبة — السنة الدراسية: 2022_2023

امتحان الدورة العادية في مادة الإحصاء 03

الاسم واللقب: التصحيح النموذجي الموضوع 1	الفوج:....................	العلامة: 20/20
-يمنع استعمال الهاتف النقال		-يمنع استبدال ورقة الامتحان

الجزء الأول: 10/10

اختر الإجابة الصحيحة عن الأسئلة الآتية بوضع العلامة (×) في المكان المناسب مع التعليل:

- عدد جميع العينات المسحوبة بالإرجاع من مجتمع مكون من 6 مفردات بحجم عينة 4 هو:

☐ 1296 ☐ 360 ☐ 24 ☐ غير ذلك

$N^n = 6^4 =$

....

- تباين توزيع معاينة الوسط الحسابي إذا كان المتغير عشوائي متصل وتم سحب العينة بدون إرجاع هو:

☒ $S_{\bar{x}}^2 = \frac{S^2}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$ ☒ $S_{\bar{x}}^2 = \frac{\delta^2}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$ ☐ $S_{\bar{x}}^2 = \frac{\delta^2}{n}$ ☐ غير ذلك

....

- القيمة الجدولية لـ $T\,(18, \frac{0,02}{2})$ هي:

☐ 3,291 ☐ 0,255 ☐ 2,75 ☐ غير ذلك

....

- إذا كان $P(Z \geq 1,19) = 0,1170$ فإن $P(-1,19 \leq Z \leq 0) =$

☐ 0,883 ☐ 0,9236 ☐ 0,234 ☒ غير ذلك

$P(-1,19 \leq Z \leq 0) = P(Z \geq -1,19) - P(Z > 0) = P(Z \leq 1,19) - 1 + P(Z \leq 0) = 1 - P(Z \geq 1,19) - 1 + P(Z \leq 0)$
$= P(Z \leq 0) - P(Z \geq 1,19) = 0,5 - 0,1170 = 0,3830$

....

- إذا علمت أن $Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{Pq}{n}\frac{N-n}{N-1}} = 0,12$ وكان الحد الأعلى لفترة الثقة بمعامل $(1-\alpha)\%$ يساوي 0,40 فإن الحد الأدنى لفترة الثقة يساوي:

☐ 27,3 ☐ 0,44 ☐ 0,41 ☐ 42 ☒ غير ذلك

الحد الأعلى: $0.4 = P' + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{pq}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \Rightarrow P' = 0.4 - 0.12 = 0.28$

الحد الأدنى: $P' - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{pq}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = 0.28 - 0.12 = 0.16$

③ ترغب شركة في اختبار مدى اهتراء نوعين من إطارات السيارات أ ، ب. لهذا قامت الشركة بتركيب الإطارات من النوع أ على إحدى الجهتين للسيارة، وعلى الجهة الأخرى من النوع ب، وبعد استعمالها نفس المسافة وقياس مقدار الاهتراء تحصلت الشركة على النتائج الآتية:

نوع الإطارات	حجم العينة	متوسط العينة	الانحراف المعياري للعينة
أ	30	10,24	1,17
ب	30	9,76	1,18

وعلى افتراض أن مستوى الدلالة هو 0,05

أ. التقدير النقطي للفرق بين متوسطي المجتمعين هو:

☐ 185,8 ☒ 0,48 ☐ 3,4 ☐ 2 ☐ غير ذلك ☐

$\mu_1 - \mu_2 = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 10.24 - 9.76 = 0.48$

ب. لتأكد من أن إطارات السيارات لا يختلف بين النوعين فإن تشكيل الفرض العدمي والفرض البديل يكون كما يأتي:

☒ $H_0: U_1 - U_2 = 0$ ، $H_1: U_1 - U_2 \neq 0$

☐ $H_0: U_1 - U_2 = 0$ ، $H_1: U_1 - U_2 > 0$

☐ $H_0: U_1 - U_2 = 0$ ، $H_1: U_1 - U_2 < 0$

☐ $H_0: U_1 - U_2 = 0$ ، $H_1: U_1 - U_2 \leq 0$

☐ $H_0: U_1 - U_2 = 0$ ، $H_1: U_1 - U_2 \geq 0$

ت. التوزيع المناسب لإجراء اختبار هذا الفرض هو:

التوزيع الطبيعي ☒ توزيع ستيودنت بدرجات حرية 38 ☐ توزيع ستيودنت بدرجات حرية 41 ☐ توزيع ستيودنت بدرجات حرية40 ☐ غير ذلك ☐

حسب النظرية ③ بما أن تباين المجتمعين مجهولين وحجم العينتين = 30 ... $\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2} = \frac{1.17^2}{30} + \frac{1.18^2}{30}$

ث. قيمة الاختبار المحسوبة هي:

☐ 16,14 ☐ 16,77 ☐ 1,91 ☐ 7,23 ☐ غير ذلك ☐

$Z_{cal} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\sigma^2_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}} = \frac{10{,}24 - 9{,}76}{\sqrt{\ }} = 1{,}68$

ج. قيمة الاختبار المجدولة هي:

☒ 1,96 ☐ 2,423 ☐ 2,021 ☐ 1,684 ☐ غير ذلك ☐

$1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}975$

$Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96$

الجزء الثاني:

التمرين الأول: تمثل البيانات الآتية تقييم شركتين للتأمين لعشرة مساكن بالألف دج.

الشركة الأولى	147	123	108	129	128	103	132	129	108	133
الشركة الثانية	141	120	113	125	121	96	138	117	103	126

- أوجد فترة الثقة 98% للفرق بين متوسطي المجتمعين.
- بسبب نقص السيولة التي تمر بها الشركة وتزامنها مع حدوث أخطار على المساكن قررت الشركة كحل استعجالي تقديم تعويضات للمساكن التي يفوق تقييمها عن 132 ألف د ج، أوجد فترة الثقة 95% للفرق بين نسبتي المجتمعين.

التمرين الثاني: أخذت عينتين عشوائيتين من مجموعة متشابهة من الأطفال وأعطي أطفال العينة الأولى غذاء A وأعطي اطفال العينة الثانية غذاء B، فكانت الزيادة في أوزان الأطفال بالكيلوغرام في العينتين بعد مدة معينة كالآتي:

العينة الأولى (3,5، 4,5، 5,5، 1,5، 2,5) من مجتمع لا يتبع التوزيع الطبيعي ($U=4$; $\delta^2=3$)،

العينة الثانية (1، 2,5، 1,5، 0,5، 1,5، 2) من مجتمع آخر أيضا لايتبع التوزيع الطبيعي ($U=2$; $\delta^2=2$).

- أوجد احتمال أن يكون متوسط العينة الأولى أقل من 2.
- أحسب احتمال $P(\overline{x_2} > 3)$.
- ما احتمال أن يكون الفرق بين متوسط العينتين محصورا بين 0,5 و 3,8.

حل التمرين الأول

[illegible]

ومنه: $\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sim St_v(U_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} ; S^2_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2})$ (0,25)

* حساب $\bar{x}_1$: $\bar{x}_1 = \frac{\sum x_{i1}}{n_1} = 124(10^3)$ (0,5)

* حساب $\bar{x}_2$: $\bar{x}_2 = \frac{\sum x_{i2}}{n_2} = 120(10^3)$ (0,5)

* حساب S_1^2: $S_1^2 = \frac{\sum(x_{i1}-\bar{x}_1)^2}{n_1} = 169,4(10^3)$ (0,5)

* حساب S_2^2: $S_2^2 = \frac{\sum(x_{i2}-\bar{x}_2)^2}{n_2} = 175(10^3)$ (0,5)

* حساب $S^2_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}$: $S^2_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2} = 17220$ (0,25)

* $V = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}} = 17,99 \simeq 18$ (0,25)

ومنه مجال الثقة لـ $U_1 - U_2$ هو:

$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - T(v;\frac{\alpha}{2})\sqrt{S^2_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}} < U_1 - U_2 < \bar{x}_1 - \bar{x}_2 + T(v;\frac{\alpha}{2})\sqrt{S^2_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}}$ (0,25)

$T(v;\frac{\alpha}{2}) = T(18; \frac{0,01}{2}) = 2,552$ (0,25)

$124(10^3) - 120(10^3) - 2,552\sqrt{17220} < U_1 - U_2 < 124(10^3) - 120(10^3) + 2,552\sqrt{17220}$

$3665,11 < U_1 - U_2 < 4334,89$ (0,25)

* مجال الثقة 95% لـ $P_1 - P_2$:

$\hat{P}_1 = \frac{n_{a1}}{n_1} = \frac{2}{10} = 0,2$; $\hat{P}_2 = \frac{n_{a2}}{n_2} = \frac{2}{10} = 0,2$

أولا نجد معرفة توزيع $\hat{P}_1 - \hat{P}_2$ بما أن:

$\hat{P}_1$ توزيعه: $n_1 < 30$ $\Rightarrow \hat{P}_1 \sim St_{v=9}(U_{\hat{P}_1} = P_1 ; S^2_{\hat{P}_1} = \frac{\hat{P}_1\hat{q}_1}{n_1})$ (0,25)	$\hat{P}_2$ توزيعه: $n_2 < 30$ $\Rightarrow \hat{P}_2 \sim St_{v=9}(U_{\hat{P}_2} = P_2 ; S^2_{\hat{P}_2} = \frac{\hat{P}_2\hat{q}_2}{n_2})$ (0,25)

ومنه: $\hat{P}_1 - \hat{P}_2 \sim St_{v=18}(U_{\hat{P}_1-\hat{P}_2} ; S^2_{\hat{P}_1-\hat{P}_2} = \frac{\hat{P}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{P}_2\hat{q}_2}{n_2} = 0,032)$ (0,25)

وبالتالي يكتب مجال الثقة لـ $P_1 - P_2$ كالتالي:

$\hat{P}_1 - \hat{P}_2 - T(v;\frac{\alpha}{2})\sqrt{S^2_{\hat{P}_1-\hat{P}_2}} < P_1 - P_2 < \hat{P}_1 - \hat{P}_2 + T(v;\frac{\alpha}{2})\sqrt{S^2_{\hat{P}_1-\hat{P}_2}}$

$T(v;\frac{\alpha}{2}) = T(18; \frac{0,05}{2}) = 2,101$

$0,2 - 0,2 - 2,101\sqrt{0,032} < P_1 - P_2 < 0,2 - 0,2 + 2,101\sqrt{0,032}$

$-0,3758 < P_1 - P_2 < 0,3758$ (0,25)

حل التمرين الثاني: 3,5/3,5

* حساب $P(\bar{X}_1 < 2)$: أولا يجب معرفة طبيعة توزيع $\bar{X}_1$ بما أن المجتمع (1) يتوزع طبيعيا مع تباين مجتمع مجهول والعينة أقل من 30 فإن: (0,25)

$\bar{X}_1 \sim St_{v=4}(U_{\bar{x}_1} = 4 ; S^2_{\bar{x}_1} = \frac{3}{4})$ (0,25)

$P(\bar{X}_1 < 2) = P\left(\frac{\bar{x}_1 - U_1}{\sqrt{S^2_{\bar{x}_1}}} < \frac{2 - U_1}{\sqrt{S^2_{\bar{x}_1}}}\right) = P\left(T < \frac{2-4}{\sqrt{3/4}}\right)$

$= P(T > 2,582) = 0,025$ (0,5)

* حساب $P(\bar{X}_2 > 3)$: أولا يجب معرفة طبيعة توزيع $\bar{X}_2$ بما أن المجتمع (2) يتوزع طبيعيا مع تباين مجهول وحجم العينة أقل من 30 (0,5)

$\bar{X}_2 \sim St_{v=1}(U_{\bar{x}_2} = 2 ; S^2_{\bar{x}_2} = \frac{2}{2})$ (0,25)

$P(\bar{X}_2 > 3) = P\left(\frac{\bar{x}_2 - U_2}{\sqrt{S^2_{\bar{x}_2}}} > \frac{3 - U_2}{\sqrt{S^2_{\bar{x}_2}}}\right) = P\left(T > \frac{3-2}{\sqrt{2/2}}\right)$

$= P(T > 1,732) = 0,1$ (0,5)

* حساب $P(0,5 < \bar{X}_1 - \bar{X}_2 < 3,8)$: أولا يجب معرفة توزيع $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$: بما أن $\bar{X}_1$ و $\bar{X}_2$ يتبعان توزيع ستيودنت:

$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sim St_v(U_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = 2 ; S^2_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \frac{3}{5} + \frac{2}{6})$ (0,25)

$V = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}} = 8,86 \simeq 9$ (0,25)

$P(0,5 < \bar{X}_1 - \bar{X}_2 < 3,8) = P\left(\frac{0.5-2}{\sqrt{0,93}} < T < \frac{3.8-2}{\sqrt{0,93}}\right)$

$= P(-1,56 < T < 1,87) = P(T < 1,87) - P(T < -1,56)$

$= 1 - P(T > 1,87) - P(T > 1,56) = 1 - 0,05 - 0,05$

$= 0,9$ (0,5)